

2010年都市教養（理系）第3問

3 同一平面上にない4点 O, A, B, C に対して、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。点 A, B, C を含む平面上に点 D をとる。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) $\overrightarrow{OD} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ と表すとき、実数 x, y, z が満たすべき条件を求めなさい。

(2) 4点 A, B, C, D は四角形 $ABCD$ をなし、次の条件

$$\vec{a} \perp \vec{b}, \vec{b} \perp \vec{c}, \vec{c} \perp \vec{a},$$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, \quad |\overrightarrow{OD}| = \sqrt{\frac{17}{2}}$$

を満たすとする。その辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ P, Q, R, S とし、四角形 $PQRS$ が長方形をなすとする。ただし、四角形 $PQRS$ は四角形 $ABCD$ に含まれるものとする。このとき、 x, y, z の値を求めなさい。