徳島大学

2012年 医（医）・歯・薬 第3問

3 2次の正方行列 A で表される1次変換を f とする．Oを原点とする座標平面上に，異なる2点P$(x_1,\ y_1)$，Q$(x_2,\ y_2)$があって，次の2つの条件を満たす．

条件1：1次変換 f により，点Pは点$(-2x_2,\ -2y_2)$に移る．
条件2：合成変換 $f \circ f$ により，点Qは点$(4x_1,\ 4y_1)$に移る．

(1) 行列 A^3 で表される1次変換により，点Pは点$(-8x_1,\ -8y_1)$に，点Qは点$(-8x_2,\ -8y_2)$に移ることを示せ．

(2) 3点O，P，Qは同一直線上にないことを示し，$x_1y_2 - x_2y_1 \neq 0$ を示せ．

(3) $A^3 = -8E$ を示せ．ただし，E は2次の単位行列である．