



2010年理系第3問

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & -r \\ -r & 0 \end{pmatrix}$ ($r > 0$) と座標平面上の点 $P_0(-1, 2)$, $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, \dots , $P_n(x_n, y_n)$,
…は、式

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすものとする。次の問いに答えよ。

- (1) A^{2k} , A^{2k+1} ($k = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ。
- (2) x_n , y_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ。
- (3) 線分 $P_{n-1}P_n$ の長さを d_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。数列 $\{d_n\}$ の初項 d_1 と一般項 d_n を求めよ。また、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ が収束し、その和が 3 となるような r の値を求めよ。