

2014年海洋工第2問

2  $a \neq 1$  に対して  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a^2 & 2a \end{pmatrix}$  とする.

(1)  $E - A$  の逆行列  $B$  を求めよ. ただし  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とする.

(2)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して,

$$E + A + A^2 + \dots + A^n = B(E - A^{n+1})$$

となることを示せ.

(3)  $A^n = \begin{pmatrix} -(n-1)a^n & na^{n-1} \\ -na^{n+1} & (n+1)a^n \end{pmatrix}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を数学的帰納法を用いて示せ.

(4)  $\sum_{k=1}^n ka^{k-1}$  を求めよ.