

2015年 海洋科学 第2問

1枚目 / 2枚


 数理  
石井K

2 等式

$$f(x) + \int_1^2 (x - kt)f(t) dt = 17x - 28 \quad \dots\dots(*)$$

について、次の問に答えよ。

- (1)  $k = 1$  のとき、(\*) を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。  
 (2)  $k = \frac{30}{17}$  のとき、(\*) を満たす関数  $f(x)$  に対して、 $y = f(x)$  のグラフは常にある定点を通ることを示し、その定点の座標を求めよ。

(1)  $k = 1$  のとき。

$$(*) \text{ は } f(x) + x \int_1^2 f(t) dt - \int_1^2 t f(t) dt = 17x - 28 \text{ となる.}$$

$$a = \int_1^2 f(t) dt, \quad b = \int_1^2 t f(t) dt \text{ とおくと.}$$

$$f(x) = (17 - a)x + b - 28 \text{ となるので}$$

$$\begin{aligned} a &= \int_1^2 (17 - a)t + b - 28 dt \\ &= \left[ \frac{17-a}{2} t^2 + (b-28)t \right]_1^2 \\ &= 34 - 2a + 2b - 56 - \frac{17}{2} + \frac{a}{2} - b + 28 \end{aligned}$$

$$\text{よって, } 5a - 2b = -5 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} b &= \int_1^2 (17-a)t^2 + (b-28)t dt \\ &= \left[ \frac{17-a}{3} t^3 + \frac{b-28}{2} t^2 \right]_1^2 \\ &= \frac{8}{3}(17-a) + 2(b-28) - \frac{17-a}{3} - \frac{b-28}{2} \end{aligned}$$

$$\text{よって, } 14a - 3b = -14 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } a = -1, b = 0$$

$$\therefore \underline{f(x) = 18x - 28}$$

2015年 海洋科学 第2問

2枚目 / 2枚



2 等式

$$f(x) + \int_1^2 (x - kt)f(t) dt = 17x - 28 \quad \dots\dots(*)$$

について、次の問に答えよ。

(1)  $k = 1$  のとき、(\*) を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

(2)  $k = \frac{30}{17}$  のとき、(\*) を満たす関数  $f(x)$  に対して、 $y = f(x)$  のグラフは常にある定点を通ることを示し、その定点の座標を求めよ。

$$(2) f(x) + x \int_1^2 f(t) dt - \frac{30}{17} \int_1^2 t f(t) dt = 17x - 28$$

$$c = \int_1^2 f(t) dt, \quad d = \int_1^2 t f(t) dt \quad \text{とおくと}$$

$$f(x) = (17 - c)x + \frac{30}{17}d - 28 \quad \text{となるので}$$

$$c = \int_1^2 (17 - c)t + \frac{30}{17}d - 28 dt$$

$$= \left[ \frac{17-c}{2} t^2 + \left( \frac{30}{17}d - 28 \right) t \right]_1^2$$

$$= -\frac{3}{2}c + \frac{30}{17}d - \frac{5}{2}$$

$$\text{よって, } c - \frac{12}{17}d = -1 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$d = \int_1^2 (17 - c)t^2 + \left( \frac{30}{17}d - 28 \right) t dt$$

$$= \left[ \frac{17-c}{3} t^3 + \left( \frac{15}{17}d - 14 \right) t^2 \right]_1^2$$

$$= -\frac{7}{3}c + \frac{45}{17}d - \frac{7}{3}$$

$$\text{よって, } c - \frac{12}{17}d = -1 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より, } c = \frac{12}{17}d - 1$$

$$\therefore f(x) = \left( 18 - \frac{12}{17}d \right) x + \frac{30}{17}d - 28 \quad (d \text{ は任意の実数})$$

$$\therefore 18x - y - 28 - \frac{6}{17}d(2x - 5) = 0 \quad \therefore \underline{\underline{\text{定点} \left( \frac{5}{2}, 17 \right) \text{ を通る}}}$$