

2017年第3問

3 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \log \frac{1+x}{1-x} \quad (-1 < x < 1)$$

で定め、 $f(x)$ の逆関数を $g(x)$ とする。ただし、対数は自然対数とする。次の問いに答えよ。

(1) $0 < x < 1$ において、不等式

$$f(x) > 2 \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right)$$

が成り立つことを示せ。

(2) $g(x)$ を求めよ。

(3) t を正の実数とする。 xy 平面において、曲線 $y = g(x)$ と y 軸、および2直線 $x = t$, $y = 1$ で囲まれた部分の面積を $S(t)$ とする。 $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$ を求めよ。

(4) 曲線 $y = \{g(x)\}^2$ 上の点 $(p, \{g(p)\}^2)$ における接線を l とする。接線 l の傾きが最大になる p の値と、そのときの傾きを求めよ。