

2012年理工(数・建築・電気電子情報工) 第2問

2 a を正の定数とし, 座標平面において放物線 $C : y = ax^2$ 上の点 $P(t, at^2)$ を考える. ただし, $t > 0$ とする. 点 P における C の接線 ℓ と x 軸の交点を R とする. x 軸上の点 Q を, $RP = RQ$ を満たし, その x 座標が R の x 座標より大きいものとする.

- (1) 点 P を通り ℓ と直交する直線の方程式を求めよ.
- (2) 点 Q の座標を求めよ.
- (3) 直線 ℓ と点 P において接し x 軸とも接する円で, 中心が第1象限にあるものを考える. この円の中心の座標を (q, r) とするとき, q, r を t と a を用いて表せ.
- (4) (3) の q, r に対して, t が 0 に限りなく近づくときの, $\frac{q}{t}, \frac{r}{t^2}, \frac{r}{q^2}$ の極限値をそれぞれ求めよ.