

2015年理工(情報科・工業化・機械工・土木工)第3問

3 正の定数  $a$  ( $a \neq 1$ ) に対して, 2次関数  $f(x)$  を

$$f(x) = ax(1-x)$$

と定める. 曲線  $C: y = f(x)$  の点  $(1, 0)$  における接線を  $l_1$ , 直線  $y = -x$  を  $l_2$  とする. 曲線  $C$  の  $x \leq 1$  の部分と 2 直線  $l_1, l_2$  で囲まれる部分の面積を  $S$  で表し, また, この部分を  $x$  軸の周りに 1 回転してできる図形の体積を  $V$  で表す.

- (1) 直線  $l_1, l_2$  の交点の座標を  $a$  を用いて表せ.
- (2)  $S$  を  $a$  を用いて表せ.
- (3) 定数  $a$  は  $a > 1$  を満たすものとする. 2 直線  $l_1, l_2$  と  $x$  軸で囲まれる部分を  $x$  軸の周りに 1 回転してできる図形の体積を  $U$  で表すとき,

$$\frac{30a^3}{(a-1)^4\pi}(V-U)$$

を  $a$  の 1 次式で表せ.

- (4)  $\lim_{a \rightarrow 1+0} (a-1)^2 V$  の値を求めよ.