

2014年薬学部（生命創薬科）第1問

1 白，赤，黄，緑の4色に光るライトがある．はじめ，ライトの色は白であり，1分経過するごとに，次のルールでライトの色が変わるものとする．ただし，ライトの色が白のときについては $n = 0, 1, 2, \dots$ ，それ以外の色のときについては $n = 1, 2, \dots$ とする．

(i) n 分後に白のとき， $n+1$ 分後ではそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で赤，黄，緑になる．

(ii) n 分後に赤のとき， $n+1$ 分後ではそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で白，黄，緑になる．

(iii) n 分後に黄のとき， $n+1$ 分後ではそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で白，赤，緑になる．

(iv) n 分後に緑のとき， $n+1$ 分後ではそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で白，赤，黄になる．

n を自然数とし， n 分後にライトの色が白である確率を P_n ，また， n 分後にライトの色が赤である確率を Q_n とする．

(1) $P_2 = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ ， $Q_2 = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である．

(2) P_n および Q_n についての漸化式を利用すると，自然数 n に対して， n が3以上のとき，

$$P_n = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} \left(\text{キ} - \left(-\frac{\text{ク}}{\text{ケ}} \right)^{n-1} \right)$$

$$Q_n = \frac{\text{コ}}{\text{サ}} \left(\text{シ} + \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \left(-\frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \right)^{n-1} \right)$$

である．