

2014年理系第3問

3 1個のさいころを投げて、出た目が1か2であれば行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ を、出た目が3か4であれば行列 $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ を、出た目が5か6であれば行列 $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ を選ぶ。そして、選んだ行列の表す1次変換によって xy 平面上の点 R を移すという操作を行う。点 R は最初は点 $(0, 1)$ にあるものとし、さいころを投げて点 R を移す操作を n 回続けて行ったときに点 R が点 $(0, 1)$ にある確率を p_n 、点 $(0, -1)$ にある確率を q_n とする。

- (1) p_1, p_2 と q_1, q_2 を求めよ。
- (2) $p_n + q_n$ と $p_{n-1} + q_{n-1}$ の関係式を求めよ。また、 $p_n - q_n$ と $p_{n-1} - q_{n-1}$ の関係式を求めよ。
- (3) p_n を n を用いて表せ。