



2014年 第5問

5 実数を成分とする正方行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $AB = BA$  を満たす  $A$  は、実数  $x, y$  を用いて  $A = xB + yE$  と表せることを示せ。
- (2)  $A^3 = E$  のとき

$$(t^2 - \Delta)A = (t\Delta + 1)E$$

を示せ。ただし、 $t = a + d$ ,  $\Delta = ad - bc$  とする。

- (3)  $AB = BA$  かつ  $A^3 = E$  を満たす  $A$  をすべて求めよ。