2012年 工学部 第4問

$\boxed{4}$ a，b，c，d は実数とし，行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} -d & c \\ b & -a \end{pmatrix}$ とする．$A^2+A+E=O$ が成り立つとき，次の問いに答えよ．ただし，E は単位行列，O は零行列とする．

(1) $a+d$ および $ad-bc$ の値を求めよ．

(2) A^3，A^6，B^3，B^6 を求めよ．

(3) B^{3n} $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を推測し，その推測が正しいことを数学的帰納法を用いて示せ．