

2013年薬学部第4問

 数理  
石井K

$$\frac{1}{3}z(\log_2 3 + 1)$$

4  $xyz \neq 0$ となる実数  $x, y, z$  に対して  $2^x = 3^y = \sqrt[3]{6^z}$  であるとき,  $x$  を  $z$  で表すと  $x = \square$  となり,  $y$  を  $z$  で表すと  $y = \square$  となる. さらに,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = z^2$  を満たすとき  $z = \square$  である.

$$\frac{1}{3}z(\log_3 2 + 1)$$

$$\sqrt[3]{3}$$

$$2^x = 3^y = 6^{\frac{z}{3}} \quad \text{より, 両辺底2の対数をとると, } x = \log_2 6^{\frac{z}{3}}$$

$$\therefore x = \frac{z}{3} \log_2 2 \cdot 3 \quad \therefore x = \frac{1}{3}z(\log_2 3 + 1)$$

$$\text{同様に底3の対数をとると, } y = \log_3 6^{\frac{z}{3}}$$

$$\therefore y = \frac{z}{3} \log_3 6 \quad \therefore y = \frac{1}{3}z(\log_3 2 + 1)$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{z \log_2 6} + \frac{3}{z \log_3 6}$$

$$= \frac{3}{z \log_2 6} + \frac{3}{z} \cdot \frac{\log_2 3}{\log_2 6}$$

$$= \frac{3(1 + \log_2 3)}{z \log_2 6}$$

$$= \frac{3 \log_2 6}{z \log_2 6}$$

$$= \frac{3}{z}$$

$$\therefore \frac{3}{z} = z^2 \quad \text{より} \quad z^3 = 3 \quad \Leftrightarrow \quad z = \sqrt[3]{3}$$