



2010年第3問

3  $n$  を自然数とし、1 から  $n$  までの自然数の積を  $n!$  で表す。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 単調に増加する連続関数  $f(x)$  に対して、不等式  $\int_{k-1}^k f(x) dx \leq f(k)$  を示せ。
- (2) 不等式  $\int_1^n \log x dx \leq \log n!$  を示し、不等式  $n^n e^{1-n} \leq n!$  を導け。
- (3)  $x \geq 0$  に対して、不等式  $x^n e^{1-x} \leq n!$  を示せ。