



2015年 基幹理工・創造理工・先進理工 第2問

2 整数 x, y が $x^2 - 2y^2 = 1$ をみたすとき、次の問に答えよ。

- (1) 整数 a, b, u, v が $(a + b\sqrt{2})(x + y\sqrt{2}) = u + v\sqrt{2}$ をみたすとき、 u, v を a, b, x, y で表せ。さらに $a^2 - 2b^2 = 1$ のときの $u^2 - 2v^2$ の値を求めよ。ともに答のみでよい。
- (2) $1 < x + y\sqrt{2} \leq 3 + 2\sqrt{2}$ のとき、 $x = 3, y = 2$ となることを示せ。
- (3) 自然数 n に対して、 $(3 + 2\sqrt{2})^{n-1} < x + y\sqrt{2} \leq (3 + 2\sqrt{2})^n$ のとき、 $x + y\sqrt{2} = (3 + 2\sqrt{2})^n$ を示せ。