

2015年 社会科学学部 第1問

1 次の問いに答えよ。

(1) $\cos 3\theta$ を $\cos \theta$ のみの式で表せ。

(2) 次の (i), (ii) に答えよ。

(i) 3次関数 $f(x) = x^3 - \frac{3}{4}x$ について増減表を書き, $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。(ii) $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = k$ が共有点を2つまたは3つもつような定数 k の値の範囲を求めよ。また, k がこの範囲を動くとき, 共有点の x 座標のとり値の範囲を求めよ。(3) 3次方程式 $x^3 - \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} = 0$ の解を $x = \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とおくと, θ の値を求めよ。

(1) $\cos 3\theta = \cos(2\theta + \theta)$

$$= \cos 2\theta \cos \theta - \sin 2\theta \sin \theta$$

$$= (2\cos^2 \theta - 1)\cos \theta - 2\cos \theta(1 - \cos^2 \theta)$$

$$= \underline{4\cos^3 \theta - 3\cos \theta}$$

(2) (i) $f(x) = 3x^2 - \frac{3}{4}$

$$= 3(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$$

x	...	$-\frac{1}{2}$...	$\frac{1}{2}$...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$\frac{1}{4}$	↘	$-\frac{1}{4}$	↗

∴ 増減表よりグラフは右のようになる。($f(x)$ は奇関数なので

原点に関して対称)

(ii) グラフより,

$$\underline{-\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{1}{4}}$$

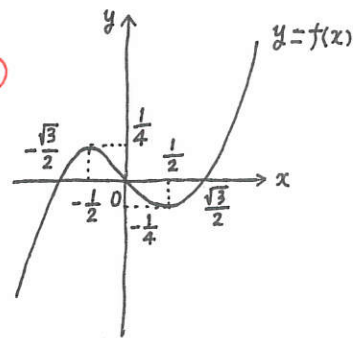
$$y = \frac{1}{4} \text{ となるのは, } x^3 - \frac{3}{4}x - \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore 4x^3 - 3x - 1 = 0$$

$$(2x+1)(2x^2-x-1) = 0$$

$$\therefore (2x+1)^2(x-1) = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}, 1$$

同様に $y = -\frac{1}{4}$ となるのは, $x = \frac{1}{2}, -1$ 以上より, $\underline{-1 \leq x \leq 1}$

(3) $\cos^3 \theta - \frac{3}{4}\cos \theta - \frac{1}{8} = 0$ (2) より 解は3個あると分かる。

(1) より, $\frac{1}{4}(\cos 3\theta + 3\cos \theta) - \frac{3}{4}\cos \theta - \frac{1}{8} = 0$

$$\therefore \cos 3\theta = \frac{1}{2}$$

$$0 \leq 3\theta \leq 3\pi \text{ より, } 3\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi, \frac{7}{3}\pi$$

$$\therefore \theta = \underline{\frac{\pi}{9}, \frac{5}{9}\pi, \frac{7}{9}\pi}$$