

2010年 人間科学学部（理系）第5問

5 四面体 OABC において、線分 OA を 2 : 1 に内分する点を P、線分 OB を 3 : 1 に内分する点を Q、線分 BC を 4 : 1 に内分する点を R とする。この四面体を 3 点 P、Q、R を通る平面で切り、この平面が線分 AC と交わる点を S とするとき、線分の長さの比 AS : SC を求めることを考えよう。

点 S は 3 点 P、Q、R を通る平面上にあるから、定数 s, t, u を用いて、

$$\vec{OS} = s\vec{OP} + t\vec{OQ} + u\vec{OR} \quad (s + t + u = 1)$$

と書くことができる。ここで、 $\vec{OR} = \frac{\boxed{\text{ス}}\vec{OB} + \boxed{\text{セ}}\vec{OC}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であるから、 \vec{OS} は \vec{OA} 、 \vec{OB} 、 \vec{OC} それぞれの定数倍の和として表すことができる。そこで、 \vec{OA} 、 \vec{OB} 、 \vec{OC} の係数をそれぞれ定数 s' 、 t' 、 u' とおくことにより

$$\vec{OS} = s'\vec{OA} + t'\vec{OB} + u'\vec{OC} \quad (18s' + 16t' + 11u' = \boxed{\text{タ}})$$

と書くことができる。ところが、点 S は線分 AC 上にあることから、 s' 、 t' 、 u' を求めることができ、AS : SC = $\boxed{\text{チ}}$: $\boxed{\text{ツ}}$ であることがわかる。ただし、 $\boxed{\text{ソ}}$ 、 $\boxed{\text{チ}}$ 、 $\boxed{\text{ツ}}$ はできる限り小さい自然数で答えること。