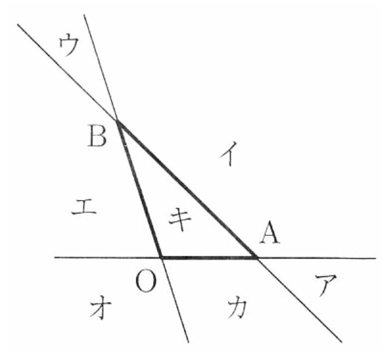
2011年 基幹理工・創造理工・先進理工 第5問

$\boxed{5}$ 四面体OABCにおいてOA $=$ BC $= 2$，OB $= 3$，OC $=$ AB $= 4$，AC $= 2\sqrt{6}$ である．また，$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とする．以下の問に答えよ．

(1) 内積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$，$\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}$ を求めよ．

(2) △OABを含む平面を H とする．H 上の点Pで直線PCと H が直交するものをとる．このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = x\overrightarrow{a} + y\overrightarrow{b}$ となる x，y を求めよ．

(3) 平面 H を直線OA，AB，BOで右図のように7つの領域ア，イ，ウ，エ，オ，カ，キにわける．点Pはどの領域に入るか答えよ．



(4) 辺ABで△ABCと△OABのなす角は鋭角になるか，直角になるか，それとも鈍角になるかを判定せよ．ただし，1辺を共有する2つの三角形のなす角とは，共有する辺に直交する平面での2つの三角形の切り口のなす角のことである．