



2015年 理学部（物理） 第1問

1 二つの放物線

$$C_1 : y = x^2$$

$$C_2 : y = \frac{1}{2}(x-a)^2 + b$$

がある。ただし、 a 、 b は実数であり、 $b > 0$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線 C_1 上の点 $P(p, p^2)$ における接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 接線 l が C_2 にも接する場合の p を a と b を用いて表せ。
- (3) (2) より C_1 、 C_2 の両方に接する直線が 2 本存在することがわかる。この二つの直線の交点 Q の座標を a と b を用いて表せ。
- (4) 放物線 C_2 の頂点が曲線 $y = e^{-2x^2}$ 上を動くとき、交点 Q の軌跡を $y = f(x)$ で表す。関数 $f(x)$ を求めよ。また $f(x)$ の増減と凹凸を調べ軌跡の概形をかけ。