



2014年 教育人間科学・生命環境（生命工以外）第2問

2 a は定数で $0 \leq a \leq 1$ とする。3次関数 $f(x) = (x+1)x(x-a)$ および $g(x) = f(x-1)$ を考える。

- (1) 2曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のすべての交点の x 座標を求めよ。
 (2) 2曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた部分を A とする。 A の面積 $S(a)$ および A の $x \leq a$ をみたす部分の面積 $S_1(a)$ を求めよ。
 (3) (2) の A で不等式 $x \geq a$ をみたす部分の面積を $S_2(a)$ とする。 $S_2(a)$ が最大となるときの a の値とその最大値を求めよ。

$$(1) g(x) = x(x-1)(x-1-a)$$

$$\therefore f(x) - g(x) = 0 \iff x \{ (x+1)(x-a) - (x-1)(x-1-a) \} = 0$$

$$\iff x(3x - 2a - 1) = 0$$

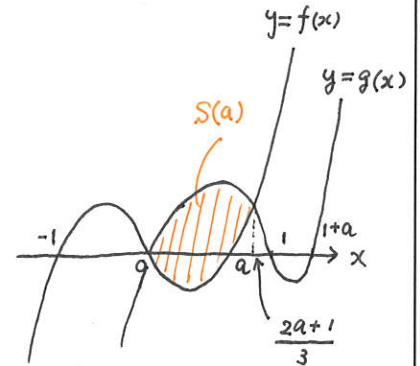
$$\therefore x = 0, \frac{2a+1}{3} //$$

$$(2) S(a) = \int_0^{\frac{2a+1}{3}} g(x) - f(x) dx$$

$$= -3 \int_0^{\frac{2a+1}{3}} x \left(x - \frac{2a+1}{3} \right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2a+1}{3} \right)^3$$

$$= \frac{1}{54} (2a+1)^3 //$$



$$S_1(a) = \int_0^a -3x^2 + (2a+1)x dx$$

$$= \left[-x^3 + \frac{2a+1}{2} x^2 \right]_0^a$$

$$= \frac{1}{2} a^2 //$$

$$(3) S_2(a) = S(a) - S_1(a) = \frac{1}{54} (2a+1)^3 - \frac{1}{2} a^2$$

$$\therefore S_2'(a) = \frac{1}{9} (2a+1)^2 - a$$

$$= \frac{1}{9} (4a-1)(a-1)$$

a	0	...	$\frac{1}{4}$...	1
$S_2'(a)$		+	0	-	0
$S_2(a)$	$\frac{1}{54}$	\nearrow	$\frac{1}{32}$	\searrow	0

$$\therefore a = \frac{1}{4} \text{ のとき } S_2(a) \text{ は最大値 } \frac{1}{32} \text{ をとる}$$