

2011年第4問

4  $xy$  平面上の2曲線  $C_1: y = \frac{\log x}{x}$  と  $C_2: y = ax^2$  は点  $P$  を共有し、 $P$  において共通の接線をもっている。ただし、 $a$  は定数とする。次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $y = \frac{\log x}{x}$  の増減、凹凸、変曲点を調べ、 $C_1$  の概形を描け。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$  は証明なしに用いてよい。
- (2)  $P$  の座標および  $a$  の値を求めよ。
- (3) 不定積分  $\int \left( \frac{\log x}{x} \right)^2 dx$  を求めよ。
- (4)  $C_1$ 、 $C_2$  および  $x$  軸で囲まれる部分を、 $x$  軸のまわりに1回転してできる立体の体積  $V$  を求めよ。