2012 年 医学部 第 1 問

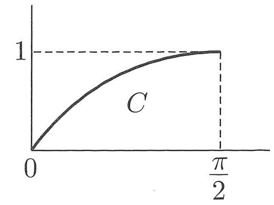
$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ．

(1) a を正の定数として，関数 $f(x)$ を $f(x)=\log(\sqrt{a^2+x^2}-x)$ とおく．$f(x)$ を微分して，多項式

$$f(0)+f'(0)x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\frac{f'''(0)}{3!}x^3$$

を求めよ．

(2) 座標平面において，曲線 $C: y=\sin x\ \left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$ 上の点 $\mathrm{P}(a,\ \sin a)$ における C の法線が x 軸と交わる点を Q とする．線分 PQ を直径とする円が，x 軸と交わる Q 以外の点を R とする．このとき，三角形 PQR の面積 $S(a)$ を求めよ．次に，a が動くとき，$S(a)$ の最大値を求めよ．



(3) 数列 $\{a_n\}$

$$1,\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{1},\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{2},\ \frac{3}{1},\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{1},\ \cdots$$

を次のような群に分け，第 m 群には m 個の数が入るようにする．

$$\underbrace{\frac{1}{1}}_{\text{第 1 群}}\ \Big|\ \underbrace{\frac{1}{2},\ \frac{2}{1}}_{\text{第 2 群}}\ \Big|\ \underbrace{\frac{1}{3},\ \frac{2}{2},\ \frac{3}{1}}_{\text{第 3 群}}\ \Big|\ \underbrace{\frac{1}{4},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{1}}_{\text{第 4 群}}\ \Big|,\ \cdots,$$

$$\Big|\ \underbrace{\frac{1}{m},\ \frac{2}{m-1},\ \cdots,\ \frac{m-1}{2},\ \frac{m}{1}}_{\text{第 } m \text{ 群}}\ \Big|,\ \cdots$$

このとき，数列 $\{a_n\}$ において，$\frac{q}{p}$ は第何項か．ただし，$\frac{q}{p}$ は，例えば $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ のように，約分しないものとする．次に，第 100 項 a_{100} を求めよ．

(4) 2 次の正方行列 A が

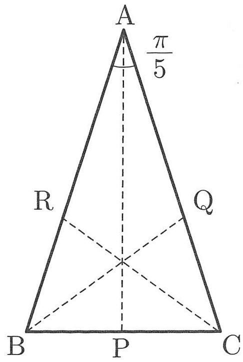
$$A\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\quad A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$$

をみたすとする．このとき，自然数 n に対して $A^n\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ を求めよ．

(5) $\mathrm{AB}=\mathrm{AC}$，BC の長さが 1，$\angle\mathrm{A}$ が $\frac{\pi}{5}$ の二等辺三角形 ABC を考える．頂点 A，B，C から $\angle\mathrm{A}$，$\angle\mathrm{B}$，$\angle\mathrm{C}$ の二等分線を引き，対応する辺との交点を，それぞれ P，Q，R とする．このとき，三角関数の値

$$\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$$

を求めよ．


A
$\frac{\pi}{5}$
R
Q
B
P
C