

2017年理工第3問

3 空間に2つの定点  $O, A$  があり,  $|\vec{OA}| = 2$  をみたしている. また, 2点  $P, Q$  は次の条件をみたしながら動く.

$$|\vec{OP}| \leq 5, \quad \vec{OP} \cdot \vec{OA} = 6$$

$$|\vec{OQ}| = \sqrt{5}, \quad \vec{OQ} \cdot \vec{OA} = -2$$

ただし,  $\vec{OP} \cdot \vec{OA}$  は  $\vec{OP}$  と  $\vec{OA}$  の内積を表す. 次の問いに答えよ.

- (1)  $|\vec{OP}|$  の最小値を求めよ.
- (2)  $|\vec{PQ}|$  のとり得る値の範囲を求めよ.
- (3) 線分  $PQ$  が通過してできる部分の体積を求めよ.