

2012年理工第5問

5 鋭角三角形 ABC の  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  の大きさをそれぞれ  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  で表す. 点 D, E, F はそれぞれ辺 CA, AB, BC 上にあり,  $DE \perp AB$ ,  $EF \perp BC$ ,  $FD \perp CA$  を満たす. 次の問いに答えよ.

- (1)  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  は相似であることを示せ.
- (2)  $\frac{BC}{EF} = \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} + \frac{1}{\tan \gamma}$  を示せ.
- (3)  $\alpha$  が一定のとき,  $\frac{BC}{EF}$  を最小にするような  $\beta$ ,  $\gamma$  を  $\alpha$  で表せ.